模試と同傾向の出題　～ベネッセ・駿台模試より～

数学Ⅱ・B　数学Ⅱ

センター試験・第１問〔1〕（3）

(3) $\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で

$$2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{5}\right)-2\cos\left(\theta+\frac{\pi}{30}\right)=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす θ の値を求めよう。

$x=\theta+\frac{\pi}{5}$ とおくと，①は

$$2\sin x-2\cos\left(x-\frac{\pi}{\boxed{キ}}\right)=1$$

と表せる。加法定理を用いると，この式は

$$\sin x-\sqrt{\boxed{ク}}\cos x=1$$

となる。さらに，三角関数の合成を用いると

$$\sin\left(x-\frac{\pi}{\boxed{ケ}}\right)=\frac{1}{\boxed{コ}}$$

と変形できる。$x=\theta+\frac{\pi}{5}$，$\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ だから，$\theta=\frac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}\pi$ である。

第１回ベネッセ・駿台マーク模試・第１問〔2〕

〔2〕 O を原点とする座標平面上に２点 $P(a\cos\theta,\ \sqrt{3})$，$Q(-1,\ a\sin\theta)$ をとり，線分 PQ の中点を M とする。ただし，$a \geqq 1$ であり，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。

(2) a を定数とし，線分 OM の長さを θ の関数として，その最大値を考える。

$$OM^2=\frac{a}{\boxed{チ}}\left(\sqrt{\boxed{ツ}}\sin\theta-\cos\theta\right)+\frac{a^2+\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$$

である。

ここで，$\sqrt{\boxed{ツ}}\sin\theta-\cos\theta=\boxed{ナ}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{\boxed{ニ}}\right)$ である。

よって，OM の長さは $\theta=\frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}\pi$ のとき最大値 $\frac{a+\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}$ をとる。

(3) $PQ=\sqrt{2}\,OM$ となる θ の値が存在しないような a の値の範囲は

$$a>\boxed{ヒ}+\boxed{フ}\sqrt{\boxed{ヘ}}$$

である。

今回のセンター試験の数学 II・B、数学 II 第１問〔1〕「三角関数」（3）は、与えられた三角関数を含む方程式について、θ の値を求める問題であった。加法定理や関数の合成など、三角関数の基本的な知識や理解が問われた。

第１回ベネッセ・駿台マーク模試の数学 II・B、数学 II 第１問〔2〕「三角関数」では、線分 OM の長さを θ の関数として、その最大値を求めたり、ある条件を満たす θ の値が存在しないような a の値の範囲を求める問題であった。本問（2）では、線分 OM の最大値を求めるために三角関数を合成し、決められた θ の範囲内での最大値を問うており、（3）では三角関数を含む不等式について問うている。三角関数を含む関数の式変形や、方程式・不等式の解き方について復習し、基本事項や解法の流れをおさえておけば、センター試験での解答に役立ったであろう。

三角関数の分野では、今回のセンター試験のように、与えられた関数や方程式から、どの定理・公式を用いて解き進めればよいかを正確に判断することが重要である。やみくもに定理・公式を暗記するのではなく、なぜその定理・公式を用いたのか、解法の流れと合わせて理解するようにしたい。