模試と同傾向の出題　～ベネッセ・駿台模試より～

数学Ｉ・ＩＡ

センター試験・第２問

a を定数とし，x の２次関数

$$y = x^2 + 2ax + 3a^2 - 6a - 36 \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エオ}}\right)$$

である。G と y 軸との交点の y 座標を p とする。

(1) $p = -27$ のとき，a の値は $a = \boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キク}}$ である。$a = \boxed{\text{カ}}$ のときの①のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ケ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{コ}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キク}}$ のときの①のグラフに一致する。

(2) 下の $\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ノ}}$，$\boxed{\text{ハ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　① $<$　② $\geqq$　③ $\leqq$

G が x 軸と共有点を持つような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{サシ}}\ \boxed{\text{ス}}\ a\ \boxed{\text{セ}}\ \boxed{\text{ソ}} \quad \cdots\cdots ②$$

である。a が②の範囲にあるとき，p は，$a = \boxed{\text{タ}}$ で最小値 $\boxed{\text{チツテ}}$ をとり，$a = \boxed{\text{ト}}$ で最大値 $\boxed{\text{ナニ}}$ をとる。

G が x 軸と共有点を持ち，さらにそのすべての共有点の x 座標が -1 より大きくなるような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{ヌネ}}\ \boxed{\text{ノ}}\ a\ \boxed{\text{ハ}}\ \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

第１回ベネッセ・駿台マーク模試・第２問

a を正の定数とする。x の２次関数

$$y = x^2 - ax - \frac{1}{2}a^2 + 4a - 6 \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。

G は放物線であり，G の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a,\ \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}a^2 + \boxed{\text{カ}}\,a - \boxed{\text{キ}}\right)$$

である。

(1) G の軸が直線 $x = 1$ となるのは

$$a = \boxed{\text{ク}}$$

のときであり，そのときの G の頂点の y 座標は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

(2) G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるのは

$$0 < a < \boxed{\text{サ}},\quad \boxed{\text{シ}} < a$$

のときである。

(3) 関数①の $0 \leqq x \leqq 2$ における最小値を m とする。

$0 < a \leqq \boxed{\text{ス}}$ のとき　$m = -\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^2 + \boxed{\text{タ}}\,a - \boxed{\text{チ}}$

$\boxed{\text{ス}} < a$ のとき　$m = -\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}a^2 + \boxed{\text{ト}}\,a - \boxed{\text{ナ}}$

である。したがって，$m = -1$ となるのは

$$a = \boxed{\text{ニ}},\ \frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

のときである。

$a = \boxed{\text{ニ}}$ のときの G を K，$a = \dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ のときの G を L とする。

K を x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ だけ平行移動すると L と一致する。

K を y 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{フヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ だけ平行移動した放物線は L の頂点を通る。

今回のセンター試験の数学①第２問「２次関数」では、(1)においてグラフの平行移動、(2)において放物線が x 軸の一部と共有点を持つ条件が問われている。第１回ベネッセ・駿台マーク模試の数学①第２問「２次関数」においても、問題の前半で放物線が x 軸と共有点を持つ条件を問い、最後でグラフの平行移動を問うている。

どちらの問題も、２次関数の重要事項である頂点の把握からはじまり、先に求めた結果を使いながら正確に計算していく力、条件からグラフの位置関係をイメージして式を作る力が問われた。センター試験の２次関数では、例年、頂点・軸の把握、区間における最大・最小、平行移動、x 軸との位置関係などの重要事項が幅広く問われる。まずは教科書で基本的な事柄をもれなくおさえつつ、模試などでしっかり演習を積んでいきたい。センター試験本番は時間との戦いになるが、(全体にかかる条件かこの設問のみにかかる条件か、など)問題を読んで条件を正確に把握し、慌てずに効率的に計算を進める必要がある。日ごろの問題演習で、時間を測って問題にあたることも重要である。