【数学ⅠA】 ベネッセ・駿台大学入学共通テスト模試と同傾向の出題

図形的な考察から線分の長さを求める問題が出された

共通テスト 第３問（２）

(2) 五面体において，面 ABC は一辺の長さが 3 の正三角形であり

$$\mathrm{AD}=7,\quad \mathrm{BE}=11,\quad \mathrm{CF}=17,\quad \mathrm{DE}=9$$

であるとする。また，6 点 A，B，C，D，E，F はある一つの球面上にあるとし，その球面を S とする。直線 AD と BE の交点を P とする。

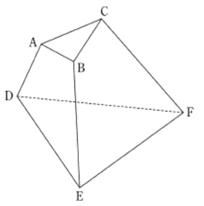
(i) 平面 ABED と球面 S が交わる部分は円であり，4 点 A，B，E，D はその円周上にある。このことから，三角形 PAB と PED は相似であることがわかり，その相似比は 1 : $\boxed{ウ}$ である。したがって

$$\boxed{ウ}\,\mathrm{PA}=\mathrm{PB}+\boxed{エオ}$$
$$\boxed{ウ}\,\mathrm{PB}=\mathrm{PA}+\boxed{カ}$$

が成り立つ。よって

$$\mathrm{PA}=\boxed{キ},\quad \mathrm{PB}=\boxed{ク}$$

となる。



参考図（再掲）

(ii) 平面 BCFE と球面 S が交わる部分に着目すると，方べきの定理より

$$\mathrm{PC}=\boxed{ケ}$$

となる。したがって

$$\mathrm{EF}=\boxed{コサ},\quad \mathrm{DF}=\boxed{シス}$$

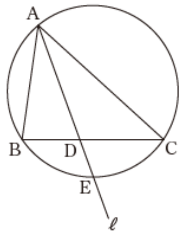
となる。

第１回ベネッセ・駿台マーク模試 第３問（２）

第 3 問 （配点 20）

AB＝4，BC＝5，CA＝6 の △ABC がある。右の図のように，∠BAC の二等分線 ℓ と辺 BC との交点を D とする。

また，△ABC の外接円と ℓ との交点で A と異なる点を E とする。



(2) 線分 AD，DE の長さをそれぞれ x，y とすると，△ADB∽△ACE より

$$x(x+y)=\boxed{エオ}$$

であり，4 点 A，B，E，C が同一円周上にあることから

$$xy=\boxed{カ}$$

である。よって

$$\mathrm{AD}=\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}},\quad \mathrm{DE}=\sqrt{\boxed{ケ}}$$

である。

両者とも、相似な三角形から、対応する辺の長さをおさえ、方べきの定理を用いて線分の長さを求める問題であった。まずは与えられた図を用いたり、与えられた条件から自分で図をかいたりすることで、線分の長さや比などの情報を整理する必要があった。誘導が丁寧で取り組みやすくなっており、誘導に従って整理した情報を公式に適用できるかが問われた。

2 【数学ⅡBC】 ベネッセ・駿台大学入学共通テスト模試と同傾向の出題

複素数平面上の図形の位置関係を考察する問題が出された

共通テスト 第７問（２）

(2) $w=\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ とおく。直線 AB と直線 AC が垂直に交わるのは，w の偏角が

$\dfrac{\pi}{2}$ または $\dfrac{3}{2}\pi$ のときである。このとき，w は $\boxed{キ}$ であるから

$$w+\overline{w}=\boxed{ク}$$

である。逆に，$w \neq 0$ に注意すると，$w+\overline{w}=\boxed{ク}$ のとき，w は $\boxed{キ}$ であるので，直線 AB と直線 AC が垂直に交わる。

$\boxed{キ}$ の解答群

⓪ 0 でない実数	① $1+i$ または $1-i$
② 純虚数（実部が 0 である虚数）	③ $-1+i$ または $-1-i$

$\boxed{ク}$ の解答群

⓪ 0	① 1	② 2	③ i
④ $2i$	⑤ -1	⑥ -2	⑦ $-i$

第３回ベネッセ・駿台マーク模試 第７問〔２〕

〔2〕 複素数平面上に 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) があり，△ABC において，

AB：AC＝4：$\sqrt{3}$，∠BAC の大きさは $\frac{\pi}{6}$ である。また，$z=-\alpha-2\beta+4\gamma$ で表される点を P(z) とする。このとき

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}\left(\cos\boxed{オ}+i\sin\boxed{オ}\right) \quad \cdots\cdots\cdots(*)$$

または

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}\left\{\cos\left(-\boxed{オ}\right)+i\sin\left(-\boxed{オ}\right)\right\}$$

が成り立つ。

(＊)が成り立つ場合について考えよう。

$w=\dfrac{z-\alpha}{\beta-\alpha}$ とする。$w+2$ の絶対値と偏角は

$$|w+2|=\sqrt{\boxed{カ}},\quad \arg(w+2)=\boxed{キ}$$

である。したがって

$$w=\frac{\boxed{クケ}}{\boxed{コ}}+\frac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{コ}}i$$

である。

したがって

∠BAP の大きさは $\boxed{シ}$

両者とも、複素数平面上で交わる２直線の関係を偏角を用いて考察する問題であった。複素数平面上の２直線のなす角を複素数$(\gamma-\alpha)/(\beta-\alpha)$の偏角としてとらえる必要があり、複素数の差や商と、複素数平面上の図形の位置関係を正しく読みかえられるかどうかが問われた。