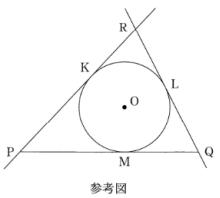


## 平面図形について、条件を変えて図形の考察をする問題

### 共通テスト 第1問 [2](2)

(2) 点Oを中心とする半径6の円Oが、線分PQ上のP, Qと異なる点Mにおいて線分PQに接している。P, Qそれぞれを通る円Oの接線で、直線PQと異なるものを引き、この円との接点をそれぞれK, Lとする。以下では直線PK, QLが交わる場合を考え、その交点をRとする。このとき、 $\triangle PQR$ の辺の長さについて考えよう。

(i)  $PK = 12$ ,  $QL = 9$ であるときを考え、 $\angle KPM = P$ ,  $\angle LQM = Q$ とする。このとき、2直線PK, QLの交点Rは直線PQに関して点Oと同じ側にある。



参考図

四角形PMOKが $\triangle PMO$ と $\triangle PKO$ に分けられることに注意すると、四角形PMOKの面積は[シス]であることがわかる。このことから、

①を用いると、 $\sin P = \frac{セ}{ソ}$ となることがわかる。

四角形QLOMについても同様に考えると、 $\sin Q = \frac{タチ}{ツテ}$ となるこ

ともわかる。よって、 $PR : QR = \boxed{\text{トナ}} : \boxed{\text{ニヌ}}$ となり、これにより

$RL = \frac{\text{キノ}}{\boxed{\text{ハ}}}$ と求められるので、 $\triangle PQR$ の辺の長さを求めることがで  
きる。

(ii)  $PK = 4\sqrt{2}$ ,  $QL = 3\sqrt{2}$ であるときを考える。このとき、2直線PK, QLの交点Rは、直線PQに関して点Oと反対側にある。このこと  
に注意すると  $RL = \boxed{\text{ヒフ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ と求められるので、 $\triangle PQR$ の辺  
の長さを求めることができる。

### 第1回ベネッセ・駿台マーク模試 第1問 [2](2)

(2)  $\triangle ABC$ において、 $BC = 2$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ とする。

(i)  $\angle BAC$ が鋭角であるとき、 $b$ ,  $c$ はつねに  $\boxed{\text{ト}}$  を満たす。

$\boxed{\text{ト}}$  の解答群

- |   |                 |   |                 |   |                 |
|---|-----------------|---|-----------------|---|-----------------|
| ① | $4 < b^2 + c^2$ | ② | $b^2 < 4 + c^2$ | ③ | $c^2 < b^2 + 4$ |
| ④ | $4 > b^2 + c^2$ | ⑤ | $b^2 > 4 + c^2$ | ⑥ | $c^2 > b^2 + 4$ |

(ii)  $b + c = \frac{5}{2}$ ,  $\frac{1}{4} < b < \frac{9}{4}$ とする。

$\angle ABC$ が鋭角であるような  $b$  の値の範囲は

$$\frac{1}{4} < b < \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$$

である。

両者とも、平面図形について、線分の長さに関する条件が変わったとき、それまでに利用した考え方を用いて解く問題であった。ただ同じ考察を繰り返すのではなく、条件の違いがこれまでの考え方にはどのような影響を及ぼすかを、与えられた図を用いたり、自分で図にかいてみたりするなどして把握し、結論を導くことができるかが解答のポイントであった。

## 最大・最小の条件から文字定数を含む2次関数について考察する問題

### 共通テスト 第2問〔1〕(ii)

(ii) 2次関数  $y = g(x)$  は次の条件2を満たすとする。

**条件2**

- $a$  を正の定数とし、 $y = g(x)$  の  $0 \leq x \leq a$  における最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする
- $0 < a < 3$  ならば、 $m > -2$  である。
  - $a \geq 3$  ならば、 $m = -2$  である。
  - $0 < a \leq 6$  ならば、 $M = 7$  である。
  - $a > 6$  ならば、 $M > 7$  である。

このとき、2次関数  $y = g(x)$  のグラフは  の放物線であり

$$g(x) = \boxed{\text{シ}}$$

である。

の解答群

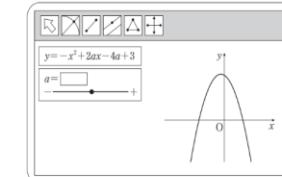
- ① 下に凸      ② 上に凸

の解答群

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| ① $2x^2 - 12x + 16$ | ② $-2x^2 + 12x - 16$ |
| ③ $2x^2 - 12x - 16$ | ④ $-2x^2 + 12x - 20$ |
| ⑤ $x^2 - 7$         | ⑥ $-x^2 + 7$         |
| ⑦ $x^2 - 6x + 7$    | ⑧ $-x^2 + 6x - 7$    |
| ⑨ $2x^2 - 9x + 7$   | ⑩ $-2x^2 + 3x + 7$   |

### 2026直前演習 第7回第2問〔2〕(4)

(2) 2次関数  $f(x) = -x^2 + 2ax - 4a + 3$  ( $a$  は実数の定数) について、次の図のよう  
に  $y=f(x)$  のグラフをコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて表示させ、考察  
している。このソフトでは、図の画面上の  に  $a$  の値を入力すると、その値  
に応じたグラフが表示される。さらに、 の下にある  $\blacktriangleleft$  を左に動かすと  $a$  の  
値が減少し、右に動かすと  $a$  の値が増加するようになっており、 $a$  の値の変化に  
応じて2次関数のグラフが座標平面上を動く仕組みになっている。



(1)  $y=f(x)$  のグラフの頂点の座標は、 $(a, a^2 - \boxed{\text{ケ}} a + \boxed{\text{コ}})$  である。

(2)  $y=f(x)$  のグラフが  $x$  軸と異なる二つの共有点をもつときの  $a$  の値の範囲は  
 $a < \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}} < a$

である。

(数学I、数学A第2問は次ページに続く。)

(3)  $a$  の値を  $-10$  から  $10$  まで増加させたときの  $y=f(x)$  のグラフの変化として、  
次の①～③のうち、正しいものは  である。

の解答群

- ① 放物線の開き具合は大きくなる。  
②  $y$  軸との交点は下方に動く。  
③ 放物線の頂点が  $y$  軸より右側にあることはない。  
④ 放物線の頂点はつねに  $x$  軸より上側にある。

(4)  $0 \leq x < 1$  とする。

- (i)  $-1 < a < 0$  であることは、 $f(x)$  の最大値が存在するための 。  
(ii)  $f(x)$  の最小値が存在することは、 $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$  であるための 。

,  の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない  
② 十分条件であるが、必要条件ではない  
③ 必要十分条件である  
④ 必要条件でも十分条件でもない

両者とも、文字定数を含む2次関数について、最大・最小の条件とグラフの形状を結びつけて考える問題。定義域や最大値、最小値の条件とグラフの軸や頂点の座標の対応を把握し、条件を満たすグラフについてイメージしながら、具体的な関数や必要十分性について考察する力が求められた。



直前演習

連絡用紙

連絡用

## 数列の一般項を工夫して求める問題

### 共通テスト 第4問 (2)

力

(2) 太郎さんは、①を変形すると  $\sum_{k=1} b_k = a_n - a_1$  となることから、数列の和を求めるために次のことを考えた。

発想

ある数列  $\{d_n\}$  の和を求めたいときは、数列  $\{c_n\}$  で、 $\{c_n\}$  の階差数列が  $\{d_n\}$  となるものを見つければよい。

太郎さんは、この発想に基づいて、一般項が

$$d_n = (2n+1) \cdot 2^n$$

で表される数列  $\{d_n\}$  の和を求めるにした。

数列  $\{c_n\}$  で、 $\{c_n\}$  の階差数列が  $\{d_n\}$  となるもの、すなわち

$$(2n+1) \cdot 2^n = c_{n+1} - c_n \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots \quad ②$$

となるものを見つけたい。太郎さんは、 $\{d_n\}$  の一般項が  $n$  の1次式と  $2^n$  の積であることから、 $\{c_n\}$  の一般項が

$$c_n = (pn + q) \cdot 2^n$$

と表されるのではないかと考えた。ここで、 $p, q$  は定数である。このとき、

$c_{n+1} - c_n$  を  $n, p, q$  を用いて表すと

$$c_{n+1} - c_n = \{ \boxed{\text{コ}} n + \boxed{\text{サ}} \} \cdot 2^n$$

となる。

よって、 $p = \boxed{\text{シ}}$ 、 $q = \boxed{\text{スセ}}$  のとき ② が成り立つ。

### 第3回ベネッセ・駿台マーク模試 第4問 (3)

(ii)

先生の助言

$$f(n+1) = 6f(n) + a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たす  $f(n)$  を求める。

$p, q$  を実数の定数とし、 $f(n) = p \cdot 2^n + q$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) とする。このとき

$$f(n+1) = 6f(n) + a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots \dots \dots \quad ③$$

がすべての自然数  $n$  について成り立つような  $p, q$  を求めると

$$p = \boxed{\text{シス}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

また、②、③により、数列  $\boxed{\text{タ}}$  は等比数列であることがわかる。

$\boxed{\text{タ}}$  の解答群

- ①  $\{b_n + f(n)\}$    ②  $\{b_n - f(n)\}$    ③  $\{b_n + f(n+1)\}$    ④  $\{b_n - f(n+1)\}$

両者とも、与えられた漸化式を变形し、漸化式を満たす数列の一般項を求める問題。求める数列の一般項を  $p, q$  を用いて表し、与えられた漸化式に代入して係数を比較することで、一般項を求めることができる。途中式のつながりを意識して、見通しをもって式を丁寧に整理できるかが問われた。

